

.01 **santiago huerta**

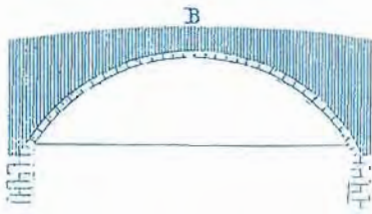


FIGURE 1

CONSTRUCTION OF HULL FORM

Legend:

- Hull surface
- - - Centerline
- ... Keel
- · - Deck

métodos gráficos fue expuesta antes por Rankine (1858) y Maxwell (1864). Los tratados de estática gráfica (en realidad la traducción correcta de *Graphische Statik* sería "Cálculo Gráfico") tienen una enorme difusión a partir de 1870 y se publican centenares de libros y artículos sobre el tema.

- 11 Esta es la formación que debió recibir Gaudí en sus años de estudiante (1873-1878): alguna mención a la analogía con los cables, (y posiblemente al empleo de modelos), y, con seguridad, clases sobre cálculo gráfico de arcos y, quizá, de bóvedas.

Gaudí utiliza la idea de los arcos catenarios para integrar el cálculo de estructuras en el proceso del proyecto. No se trata de verificar la estabilidad de un cierto diseño; se trata de proyectar, desde el principio, con formas estables. Por lo que sabemos, es la primera vez que se realiza este intento y se lleva, como se verá, hasta sus últimas consecuencias.

- El problema práctico no es el de la catenaria uniforme, el de un arco que se soporta a sí mismo: el problema es hallar la forma de un arco que resiste una cierta carga definida por dos líneas (superficies) de intradós y trasdós. El trasdós es un dato de partida y las cargas vienen definidas por la distancia vertical entre el trasdós y la curva de intradós, que debe adoptar una forma equilibrada, (Rankine llamó a esta curva "catenaria transformada" y así la denominaremos en lo que sigue). En la práctica es el caso de un puente, o de un arco sobre una puerta o formando parte de un arcada o soportando un cierto forjado o bóveda. La solución matemática exacta para este problema había sido ya estudiada: para puentes por Yvon Villarceau (1853) y de una manera completamente general, para cualquier carga, por Rankine (1858).

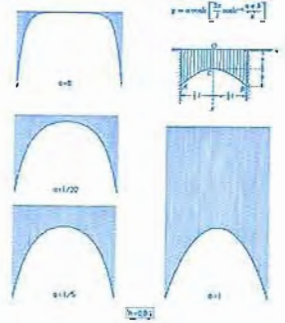
El problema más corriente consiste en encontrar la forma de un cable (o arco) que soporta un peso proporcional a la distancia vertical entre su directriz y una cierta línea horizontal. No es un problema directo y su resolución matemática reviste una cierta complejidad. La forma del arco depende de la relación luz/flecha y del espesor en la clave. En la Fig. 10 puede verse la ecuación de esta curva, para el caso un arco con trasdós horizontal (Inglis 1951). Para espesor cero, (un caso irreal), sale una forma poco habitual; para poco espesor la forma se parece mucho a la de la puerta del palacio Güell. Para espesores del orden de la luz, el arco se hace parabólico. Es decir, cuando el arco soporta una carga uniforme mayor que su propio peso (por ejemplo un arco que soporta un forjado), la forma catenaria transformada es, muy aproximadamente, una parábola. En consecuencia, el empleo de arcos parabólicos en el colegio de las Teresianas, está, en base a la exposición anterior, mecánicamente justificado.

- 14 Las parábolas, incluso las catenarias simples, se pueden dibujar directamente. Las catenarias transformadas podían trazarse tras complicados cálculos matemáticos, o bien empleando métodos gráficos iterativos o modelos colgantes. Gaudí necesitaba una herramienta de proyecto que permitiera realizar cálculos rápidos y variar el proyecto a voluntad. Los cálculos matemáticos, necesariamente tediosos en aquella época, contradecían estos requisitos. Así, Gaudí empleó los otros dos métodos; la evidencia está tanto en las afirmaciones recogidas en sus conversaciones con sus discípulos, Bergós (Codinachs, 1982) y Martinell (1969), como en croquis de cálculo y fotografías. La Fig. 13, por ejemplo, es una fotografía de los modelos de cables colgantes utilizados en el proyecto de los arcos tabicados diafragma del desván de la casa Milá, (Fig. 15).

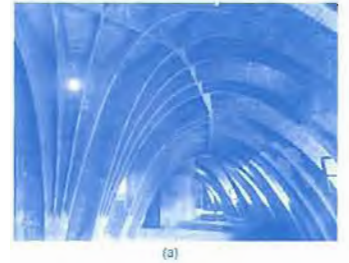
En la casa Milá el tamaño moderado de los arcos permitía su replanteo sobre una pared. El proceso no es directo: primero se cuelga un cable simple y se calculan los pesos que actuarían sobre él, midiendo las distancias verticales, (peso propio de los muros de los riñones), y sumándole el peso correspondiente del forjado. Se añaden esos pesos al cable que cambia su forma. Se miden de nuevo las distancias verticales y se modifican el peso propio. El cable sometido a esos pesos toma una forma muy aproximada a la matemática exacta. Este proceso iterativo se puede realizar también empleando la estática gráfica. Algunos de los croquis correspondientes fueron publicados por Puig Boada (1976) y Tomlow (1989).

- 16 Cuando no todas las cargas son verticales, los métodos gráficos pueden resultar más convenientes. De hecho, Gaudí los empleó en el proyecto de los pórticos y muros de contención del Parque Güell, (Fig. 17). En el dibujo, publicado por Rubió Bellver (1913), puede apreciarse el empleo de un método similar al de la Fig. 09, en el que se realiza la composición de fuerzas

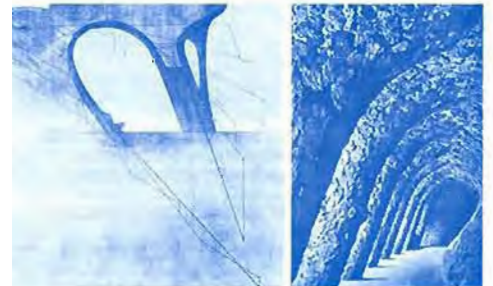
10 - ARCOS CON FORMA DE CATENARIA TRANSFORMADA. ECUACIÓN MATEMÁTICA (INGLIS 1951) Y PARÁMETROS PRINCIPALES DE PROYECTO (DIBUJO DEL AUTOR)



13 - FOTOGRAFÍA DE LOS MODELOS DE CABLES EMPLEADOS EN EL PROYECTO DE LOS ARCOS DIAFRAGMA DE LA CASA MILÁ. (ROCA ET AL 1995)



15 - BUHARDILLAS DE LA CASA MILÁ CON ARCOS DIAFRAGMA TABICADOS. (A) FOTOGRAFÍA DEL INTERIOR (TARRAGÓ 1991). (B) DIBUJO TIPO DE UN ARCO (BERGÓS 1953)



17 - MURO DE CONTENCIÓN DEL PARQUE GÜELL. A) CÁLCULO GRÁFICO DE GAUDÍ (RUBIÓ BELLVER 1913); B) FOTO DEL MISMO MURO (TARRAGÓ 1991)

THE DESIGN OF STRUCTURES IN GAUDÍ'S WORK

Gaudí was a master. His work integrates all the aspects of the architectonic project: distribution, ornamentation, stability. It also integrates other arts: sculpture (particularly), painting, photography. Any specific study of Gaudí's work must take account of his subordination in this global conception of the project. The present article considers only one of the aspects of Gaudí's activity: the design or calculation of structures. For Gaudí, the calculation of structures was part of the design process from its initial stages. It was not only, as was usually the case then, a mere verification of stability. We will go through the different structural elements studying the details of the design process and calculations in Gaudí and try to put his activity in a historical context.

Catenary Arches

From his first works Gaudí showed his originality and independence. In particular he started to use a type of arch not very usual in the western architectonic tradition in a systematic way. Instead of using arches with forms derived from the circle (round arch, pointed arch, basket-handle arch, etc.) he used arches

with non-circular forms: parabolic or "catenary". These arches are already present in his first works, Figure 1.

The use of these forms has a mechanical origin and it goes back to the end of the sixteenth century. Around 1670 Robert Hooke raised the following problem in one of the meetings of the Royal Society (of which Newton, Wren and Boyle were also members): what is the ideal shape of an arch and how much force should it exert against the buttresses. Hooke (1676) gave the solution in a comment included in his book about clocks: "The same way a flexible thread hangs, like this, but inverted, the rigid arch will hold up", Figure 2.

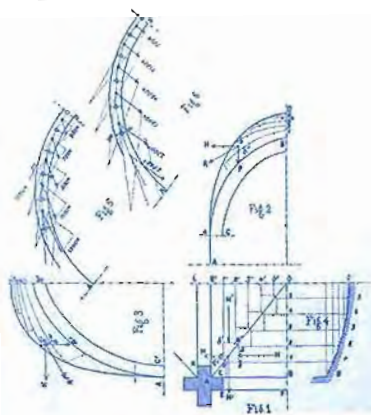
The idea is to understand the functioning of arches through the analogy with hanging cables, actually the problem is identical. It is one of the most genial ideas of the history of structure design. Shortly after, in 1697, in an article about the catenary form (the shape that takes a hanging chain. He didn't solve the problem. Bernoulli did in 1704) Gregory qualified Hooke's assertion: the ideal shape of an arch is that of an inverted catenary and "if arches of other shapes hold up it is because there is a catenary in their interior". It has to be pointed out

that the simple catenary is not a parabola (it actually has the shape of a hyperbolic cosine). It is a precocious statement (without intention) of the Theorem of the Security of the Limit Analysis that we will refer to later. Hooke's idea directly allowed the use of simple hanging models for designing and calculating, for example, the arches of bridges. Some British engineers of the eighteenth century put this into practice and Young (1807, 1845) wrote about it and explained it in his Lectures on natural philosophy and the mechanical arts, Figure 3. The idea didn't spread much to continental Europe, but it was still mentioned in some French treatises of the eighteenth century (for example, Bélidor 1729; Couplet 1729; Frézie 1737; cf. Huerta 1996). In Germany, already in the eighteenth century, Hübisch researched into this approach and used hanging models to calculate the buttresses of a church (Graefe 1985). At the same time (1818) Wilhelm Tappe published a book in which he proposed an architecture of catenary forms, which he never managed to implement, Figure 4 (cited in Otto 1983, Graefe 1985).

Around 1840 the theory of the thrust lines (Moseley 1835, 1837; Mery 1840; cf.



18. CÁLCULO GRÁFICO GAUDÍ PARA LA FACHADA PONIENTE DE LA SAGRADA FAMILIA. (RAFOLS 1929)



19. CÁLCULO GRÁFICO DE LOS ARCOS CRUCEROS DE UNA BÓVEDA GÓTICA. LA BÓVEDA SE "DIVIDE" EN ARCOS ELEMENTALES, QUE APOYAN SOBRE LOS CRUCEROS. NÓTESE LA COMPOSICIÓN DE FUERZAS SOBRE EL MISMO DIBUJO. (PLANAT 1887)

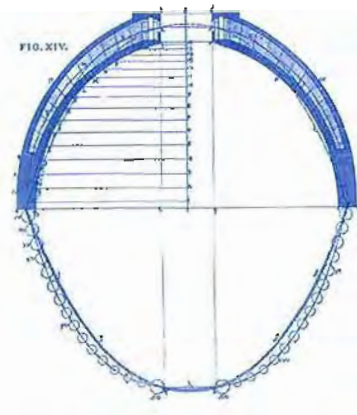


FIGURA 20. MODELO COLGANTE DE POLINI PARA DEMOSTRAR LA ESTABILIDAD DE LA CÚPULA DE SAN PEDRO DE ROMA (POLINI 1748)

Huerta 1996), which gives rigour to the intuitive-experimental approach of the British engineers and which unifies the theory by correlating the thrust lines and collapse mechanisms. Now thrust lines can be calculated and drawn without the need of using models, by using mathematical analysis or graphic methods. One of the first graphic analyses can be seen in Figure 5 in which the decomposition of the forces is done on the drawing. (On the right the correspondent polygon of forces has been added. The use of polygons of forces separated from the central cable is much more comfortable and it became widespread in the last quarter of the nineteenth century.)

The static graphic, trying to calculate structures with mainly graphic methods, was proposed by Culmann in his book *Graphische Statik* in 1866, although the theory that supports graphic methods was posited before by Rankine (1858) and Maxwell (1864). The treatises on static graphics (actually the correct translation for "Graphische Statik" would be "graphic calculation") became very well-known from 1870 and hundreds of books and articles were published on the theme.

This is the training that Gaudí must have had in his years as a student (1873-1878): some mention the analogy with cables (and possibly the use of models) and, without doubt, lectures about the graphic calculation of arches and, perhaps, of vaults.

Gaudí used the idea of catenary arches to integrate the calculation of structures into the process of design. It isn't about verifying the stability of certain designs; it is about designing, from the beginning, with stable forms. For all we know, this was the first time that this attempt had been made and it was taken, as we will see, to its final consequences.

The practical problem is not the uniform catenary, an arch that supports itself; the problem is finding the shape of an arch that resists a certain load defined by two lines (surfaces) intrados and extrados. The extrados is starting data and the loads are defined by the vertical distance between the extrados and the curve of the intrados which must adopt a balanced form (Rankine called this curve "transformed catenary" and so will we from now on). In practice, it is the case of a bridge or of an arch above a door or being part of an arcade, or supporting some floor framing or vault. The exact mathematical solution for this problem had already been studied: for bridges by Yvon Villarceau (1853) and in a completely general way, for any load, by Rankine (1858).

The most common problem consists in finding the shape of a cable (or arch) that supports a weight proportional to the vertical distance between its directrix and some horizontal line. It isn't a direct problem and its mathematical resolution has a certain degree of complexity. The shape of the arch depends on the relationship between light and masonry and the thickness of the keystone. In Figure 6 we can see the equation of this curve for the case of an arch with horizontal extrados (Ingilis 1951). For zero thickness (not a real case) it needs an unusual shape; for little thickness the shape is very similar to the Palacio Güell (Fig. 1 a). For thickness of the order of the light the arch becomes parabolic. That is, when the arch supports a uniform load bigger than its own weight (for example an arch that supports a floor framing), the transformed catenary form is, very approximately, a parabolic. In consequence, the use of parabolic arches in the Colegio de las Teresianas (Fig. 1 b), is based on the previous demonstration—mechanically justified.

The parabola, even simple catenary, can be directly drawn. The transformed catenary could be drawn after complicated mathematical calculations, or using iterative graphic methods or hanging models. Gaudí needed a design tool that allowed him to make quick calculations and change the design at will. The mathematical calculations, necessarily tedious in those times, contradicted these requirements. Thus, Gaudí used the other two methods; the evidence is the statements gathered from his conversations with his disciples—Bergós (Codinachis 1982) and Martinell (1969), as well as in calculations, sketches and photographs. Figure 7, for example, is a photograph of hanging cables used in the project for the diaphragm walled arches of the loft in casa Milà, figure 8. In casa Milà the moderate size of the arches permitted their designing on the wall. The process is not direct; first a simple cable is hung and the weights that would act on it are calculated, measuring the vertical distances (the weight of the kidney walls themselves) and adding the weight of the correspondent floor framing. These weights are added to the cable changing its form. The vertical distances are measured again and the weight itself is modified. The cable submitted to those weights takes a form which is very approximate to exact mathematics. The iterative process can also be realized using the static graphic and some of the correspondent sketches were published by Puig Boada (1976) and Tomlow (1989).

When not all the loads are vertical, the graphic methods can be more convenient. In fact, Gaudí used them in the design for frames/porticoes and breast walls in Parque Güell, Figure 9. In the drawing, published by Rubió Bellver (1913), the use of a method similar to the one in Figure 5 can be appreciated, in which the composition of forces is done on the drawing, instead of drawing the polygon of forces separately which was the usual practice. Gaudí must have used it often (as Rubió used it before 1880) as it appears in other drawings, for instance, in the calculation of the west facade in the Sagrada Família, Figure 10. Gaudí had no preferences for one method or the other. There is an evident desi-

sobre el propio dibujo, en vez de dibujar aparte el polígono de fuerzas que era la práctica habitual. Gaudí debió usarlo con frecuencia, (según Rubió lo usaba ya antes de 1880), pues aparece en otros dibujos, por ejemplo, en el cálculo de la fachada poniente de la Sagrada Família, (Fig. 18).

Gaudí no tenía preferencias por uno u otro método. Hay un deseo evidente de investigar y considerar el problema desde distintos puntos de vista. El empleo combinado de métodos gráficos y modelos le permitió a Gaudí obtener una comprensión profunda de los problemas de estabilidad y forma de arcos de fábrica. Su utilización parece haber sido sistemática. Así, le dice a Martinell (1969): "lo calculo todo".

21 Bóvedas y edificios. Modelos colgantes

El proyecto de arcos, (o bóvedas de cañón), es un problema que se resuelve en el plano. Una bóveda es un problema espacial. Tras sus investigaciones sobre el proyecto de arcos, Gaudí se plantea el problema más general de proyectar bóvedas y, finalmente, edificios completos con formas equilibradas. La estática gráfica permitió abordar este problema que analíticamente presentaba grandes dificultades. Desde el decenio de 1870 se analizan bóvedas mediante su división en arcos simples, (véase, por ejemplo, Wittmann, 1879). Así, para estudiar el comportamiento de una bóveda de crucería, imaginamos cada uno de los plementos como "dividido" o "cortado" en una serie de arcos elementales. Estos arcos apoyan sobre los arcos cruceros que transmiten las cargas hacia los arranques, (Fig. 19). De esta manera se obtiene una solución posible de equilibrio, de entre las infinitas que pueden existir en una estructura hiperestática.

El método de los cortes fue sugerido por primera vez en una publicación por Frézier (1737), en el capítulo de bóvedas de su tratado de estereotomía, y fue aplicado por primera vez al análisis de la estabilidad de la cúpula de San Pedro por Poleni (1748), (Fig. 20). A finales del siglo XVIII, Soufflot y Rondelet manejaron formas catenarias en algunos diseños para el Panteón de París.

22 Gaudí pudo haber tenido noticia del análisis de Poleni. En cuanto a otros tipos de bóvedas, debió conocer algunos de los primeros análisis gráficos de bóvedas de los años 1870, que se difundieron con enorme velocidad por toda Europa: por primera vez existía un método de cálculo asequible y fiable para verificar la estabilidad de estructuras existentes o proyectos nuevos, y la mención de Rubió Bellver (1913) sobre el interés de Gaudí por la estática gráfica es explícita. Hacia 1900 los trabajos de Mohrmann sobre la estructura gótica Ungewitter/Mohrmann (1890) y de Koerner (1901) sobre bóvedas en general, por citar dos libros que tuvieron gran difusión, suministraban un análisis gráfico de las formas de bóvedas más usuales.

Pero Gaudí no quería aplicar el método tradicional: se proyecta primero la bóveda, asignándole cierta forma y dimensiones (en el estilo que se considerara más adecuado, neo-gótico, neobizantino, Renacimiento, etc.) y, después, se comprueba su estabilidad por métodos gráficos.

23 Gaudí quería, como en el caso de los arcos, aplicar un método de proyecto que condujera directamente a formas equilibradas. La estática gráfica, como se ha dicho, permite trabajar cómodamente en dos dimensiones, (el plano del papel). Para fijar la posición de una recta en el espacio hacen falta tres proyecciones y esto hace que los problemas espaciales sean muy laboriosos de resolver.

Gaudí se dio cuenta enseguida de que en el caso más general el único camino posible era el empleo de modelos colgantes espaciales. La idea es, probablemente, original de Gaudí. A diferencia de los modelos colgantes para arcos en la literatura de la segunda mitad del siglo XIX, sólo aparece una mención al empleo de modelos colgantes para estudiar el comportamiento estructural de las bóvedas. Mohrmann, en sus adiciones al tratado de construcción gótica de Ungewitter (1890), sugiere el empleo de modelos colgantes espaciales ("Seilnetz") para estudiar el funcionamiento de las bóvedas góticas (citado por Graefe, 1986), pero no hay constancia de que los usara.

re to research and consider the problem from different points of view. The combined use of graphic methods and models allowed Gaudí to obtain a deep understanding of stability and shape problems in prefabricated arches. Their use seems to have been systematic. So, he said to Martinell (1969): "I calculate everything".

Vaults and buildings. Hanging models

The designing of arches (or barrel vaults) is a problem that is solved on the plan. A vault is a spatial problem. After his research into the designing of arches Gaudí considered the more general problem of designing vaults and, finally, complete buildings using balanced forms. The static graphic allowed him to tackle this problem that analytically presented great difficulties. Since the 1870s vaults had been analysed through their division into simple arches (see, for example, Wittman 1879). Thus, to study the behaviour of a cross vault we imagine each one of the elements as 'divided' or 'cut' in a series of elemental arches. These arches rest on the crossing arches that transmit the loads towards the springs.

In this way a possible solution of equilibrium is achieved, one among the infinite solutions that can exist in a hyper-static structure.

The method of the cuts was suggested for the first time in a publication by Frézier (1737), in his chapter on vaults in his treatise of stereotomy, and was applied for the first time on the analysis of stability in Saint Peter's vault by Poleni (1748), Figure 12. At the end of the eighteenth century, Soufflot and Rondelet manipulated catenary forms in some of the designs for the Pantheon in Paris.

Gaudí might have heard news of Poleni's analysis. In relation to other types of vaults, he must have known some of the first graphic analyses of vaults around 1870, which spread with enormous speed throughout Europe: for the first time there was a reasonable and reliable method of calculation to verify the stability of existing structures or new designs, and the mentioning by Rubió Bellver (1913) of Gaudí's interest for static graphic is explicit. Around 1900 the works by Mohrmann on gothic structure (Ungewitter/Mohrmann 1890) and Koerner (1901) about vaults in general, citing two books that had great diffusion, provided a graphic analysis of the most usual forms of vaults.

But Gaudí didn't want to apply the traditional method: first the vault was designed, giving it some form and dimensions (in the style considered more adequate: neo-gothic, neo-Byzantine, Renaissance, etc.) and then its stability is checked with graphic methods. Gaudí wanted, as in the case of the arches, to apply a method of designing that took directly to balanced forms. Static graphic, as it has been said, makes it possible to work comfortably in two dimensions (the plane of the paper). To fix the position of a straight line in space three projections are needed and this makes spatial problems very laborious to solve. Gaudí quickly noticed that in the most general cases the only possible way was the use of spatial hanging models. It is, probably, an original Gaudí idea. Contrary to the hanging model for arches in the literature of the second half of the nineteenth century there is only one mention of the use of hanging models to study the structural behaviour of vaults. Mohrmann in his additions to the treatise of gothic construction by Ungewitter (1890) suggested the use of spatial

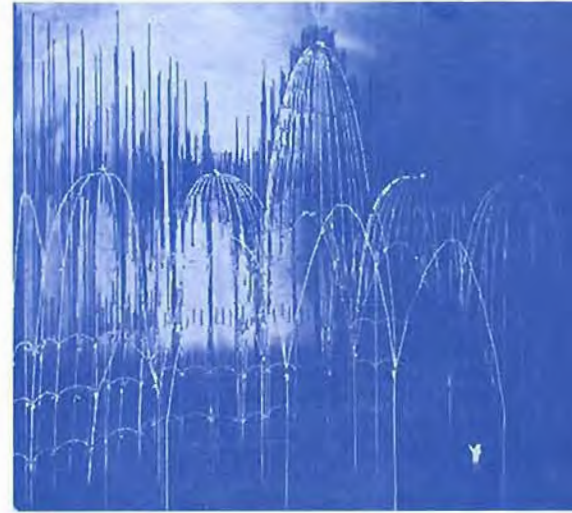


FIGURA 25. MODELO COLGANTE PRELIMINAR DE GAUDÍ PARA LA IGLESIA DE LA COLONIA GÜELL (RAFOLS 1929)

- 24 Gaudí se plantea el problema de forma completamente general: el caso de bóvedas asimétricas, sobre soportes también irregulares. Sin solución de continuidad salta del problema de la bóveda al del proyecto de un edificio. Su investigación se produjo en el contexto de los trabajos de proyecto y construcción de la iglesia de la colonia Güell, y duraron dieciocho años, (diez de proyecto y ocho de construcción de la cripta; la iglesia no se terminó). Pocas veces en la historia de las estructuras se ha dedicado tanto tiempo, esfuerzo e ingenio a investigar una idea.

Como en el caso de las catenarias transformadas, el problema no tiene solución directa y es preciso realizar iteraciones. Primero se crea el esqueleto principal, (Fig. 23), donde están los cables principales que representan las principales trayectorias de empujes. Este primer modelo

- 26 toma una forma. En base a esta forma se calculan las superficies y pesos de los elementos, y se carga el modelo mediante pequeños saquitos de arena, (Fig. 27). La forma cambia. Se recalculan los pesos y se ajustan las cargas en el modelo a los nuevos valores. El modelo adopta ahora una configuración muy aproximada a la de equilibrio, (Fig. 28). Se observa la forma obtenida, que se puede modificar variando la geometría y/o las cargas. Para "dar volumen" al modelo Gaudí ensayó varios métodos. Uno de ellos consistía en tomar una fotografía y, luego, dibujar con gouache sobre ella como en la Fig. 28b. Otras veces disponía de trapos o papeles en el modelo antes de tomar la fotografía, para proceder después como antes, (Fig. 26). El modelo colgante funciona como una "maquina de proyectar" (Collins 1971). Cuando finalmente se ha obtenido la forma deseada, se medía sobre el modelo para dibujar los planos. Como es fácil imaginar todo el proceso es extraordinariamente laborioso.

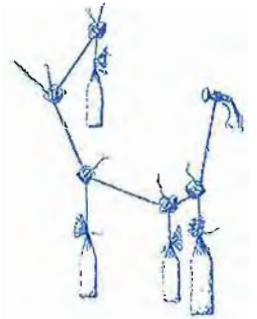


FIGURA 27. MÉTODO PARA APLICAR LAS CARGAS AL MODELO COLGANTE (RUBÍO BELLVER 1913)

El modelo original se destruyó. En los años 1980 fue reconstruido por Rainer Graefe y Jos Tomlow. Este último escribió su tesis doctoral sobre el modelo y, finalmente, publicó un libro (Tomlow, 1989) donde se recoge con todo detalle la investigación y los trabajos de reconstrucción del modelo, que hoy día se exhibe en el museo de la Sagrada familia de Barcelona.

- 30 La Sagrada Familia. El modelo "de bloques"

La última obra de Gaudí, en la que trabajó hasta su muerte, es el Templo de la Sagrada Familia. El trabajo sobre el proyecto de la iglesia de la colonia Güell había permitido a Gaudí estudiar a fondo el proyecto y la mecánica de arcos y bóvedas de cualquier forma. Sorprendentemente, en el proyecto de la Sagrada Familia abandona el enfoque de proyecto a partir de modelos funiculares que había llevado hasta sus últimas consecuencias en la iglesia de la colonia Güell. El objetivo es distinto. Mientras el proyecto de la iglesia de la colonia Güell no tiene referencias históricas, la Sagrada Familia tiene su origen en un proyecto neo-gótico anterior.

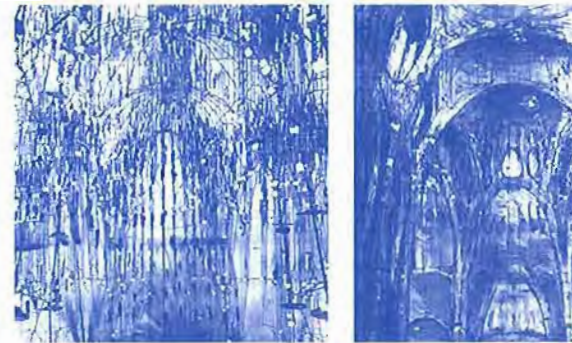


FIGURA 28 (A) FOTO DEL MODELO COLGANTE TRAS SER CARGADO CON LOS SAQUITOS DE ARENA. (B) DIBUJO AL GOUACHE SOBRE LA FOTO ANTERIOR PARA VER EL ESPACIO INTERIOR. (PUIG BOADA 1976)

- 31 Gaudí plantea en su proyecto un perfeccionamiento del gótico. Trata de verticalizar las cargas, de volver al modelo basilical primitivo (Sugrañes, 1923). En particular, hay que eliminar las "muletas" del gótico: los arbotantes y estribos exteriores. En el primer proyecto de 1898 trata de reducir el empuje al mínimo, peraltando los aristones y buscando una forma casi piramidal, (Fig. 32). El empuje horizontal se reduce pero persiste. Para resistirlo sin necesidad de estribos, Gaudí tiene la idea de inclinar los pilares, buscando la misma dirección de las cargas. Esta idea parece ser la directora del proyecto y Gaudí la había ensayado e investigado exhaustivamente en la construcción del pórtico de la cripta de la iglesia de la Colonia Güell.

Como antes, hay pocos documentos para intentar reconstruir el proceso de proyecto y cálculo de Gaudí. Sólo quedan algunas fotos del modelo que construyó en su taller, y algunos dibujos y planos (el taller de Gaudí se destruyó durante la guerra de 1936). En lo que respecta al proyecto de estructuras, afortunadamente, su colaborador Sugrañes publicó un artículo en el Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña de 1923 explicando las líneas maestras del proceso de proyecto y exponiendo el detalle de los cálculos de estabilidad de la sección tipo de la Sagrada Familia.



FIGURA 29. FOTO DEL MODELO COMPLETO REVESTIDO DE LONA Y DIBUJO SOBRE LA MISMA FOTO. (PUIG BOADA 1976)



FIGURA 32. MODELO DEL PROYECTO DE 1898 PARA LAS NAVES DE LA SAGRADA FAMILIA (SUGRAÑES 1923)

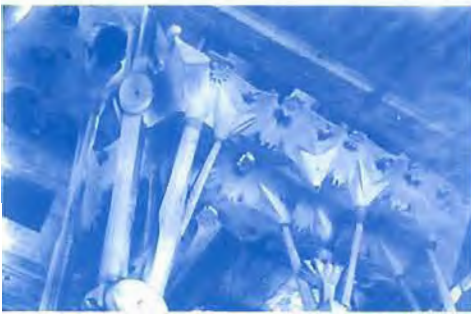


FIGURA 34. FOTO DEL MODELO DE LA SAGRADA FAMILIA MOSTRANDO LAS BÓVEDAS DE LAS NAVES LATERALES. (PUIG BOADA 1929)

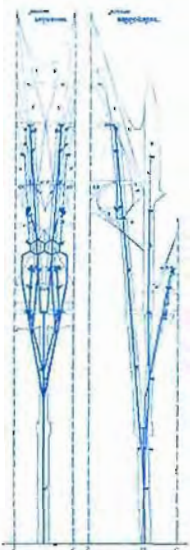


FIGURA 35. ANÁLISIS GRÁFICO DE EQUILIBRIO PARA DETERMINAR EL ESQUELETO DE PILARES, EN FORMA DE ÁRBOL, QUE SOPORTA CUBIERTAS, BÓVEDAS Y EL MURO LATERAL. (SUGRAÑES 1923)

hanging models ("Seilnetz") to study the functioning of gothic vaults (cited by Graefe 1986), but there is no proof that he used them. Gaudí considers the problem in a general way: in the case of asymmetrical vaults, also on irregular supports. Without any solution of continuity he jumps from the problem of the vault to the design of a building. His research was done in the context of the designing and construction of the church in the colonia Güell, and lasted eighteen years (ten for designing and eight for the construction of the crypt; the church was not finished). Few times in the history of structures have so much time, effort and inventiveness been dedicated to investigating an idea.

As in the case of the transformed catenary, the problem has no direct solution and it is necessary to do iterations. First the main skeleton is created, Figure 13, where the main cables represent the main trajectories of thrust. This first model takes a form. Based on this form the surfaces and weights of the elements are calculated and the model is loaded with small sand sacks (Fig. 14). The shape changes. The weights are calculated again and the loads are adjusted to the new values in the model. The model now adopts a configuration very similar to equilibrium, Figure 15 (a). The obtained shape is observed, which can be modified by varying the geometry or the loads. To "give volume" to the model, Gaudí tried several methods. One of them consisted in taking a photograph and, then, drawing over it with gouache, as in Figure 15 (b). Other times he put material or

33 Gaudí abandona los modelos funiculares y vuelve a la estática gráfica. Pero no es la estática de los polígonos funiculares; es un concepto distinto. Se trata de calcular y equilibrar los pesos como en una balanza. El artículo de Sugrañes se refiere a la etapa final del proyecto del sistema de pilares inclinados que soportan la nave central, muro y parte de las naves laterales, para un tramo tipo de nave. En la etapa de proyecto que se describe ya está definida la forma de las cubiertas, bóvedas, muros y ventanales, y se trata de hallar la forma del esqueleto ("árbol") de pilares que han de soportarlos.

Sugrañes no dice nada sobre el proceso por el que se llegó a las formas de cubiertas y bóvedas. No obstante, la complejidad geométrica y constructiva de las bóvedas, muros, frontones, etc., es prueba de que existió un largo desarrollo previo al análisis final de equilibrio presentado por Sugrañes, (Fig. 34).

El método para proyectar los pilares es sencillo pero muy original. La idea central es el equilibrio entre los distintos bloques que forman la estructura, como en una balanza. La estructura se analiza en tres partes principales —nave central, muro y nave lateral— de las que se halla su peso total y la posición de su centro de gravedad. (Cada una de estas partes está formada, a su vez, por una serie de elementos.) El proceso es el siguiente: se calcula primero el peso y centro de gravedad de cada elemento (por los métodos usuales de la estática gráfica, dice Sugrañes) y, con estos datos, se calcula el peso y centro de gravedad de cada parte.

El problema central consiste en llevar estos pesos hacia las bases de las columnas que están prefijadas; esto es, hay que proyectar un esqueleto de pilares, un "árbol", que recoja las cargas de las partes en sus centros de gravedad y las transmita hasta el suelo. Se supone en este cálculo de equilibrio que cada parte transmite su carga en vertical a la "rama" correspondiente del árbol.

Los pesos y posiciones de los centros de gravedad de las partes principales están fijados. También lo está el arranque de la columna, dado que la cripta ya estaba construida. Para proyectar el "árbol" que recoja estos pesos y los transmita hasta esos puntos de arranque, Gaudí emplea un método gráfico. Ya se ha mencionado la complejidad del empleo de la estática gráfica en tres dimensiones. En el caso de las naves de la Sagrada Familia hay dos planos de simetría y esto simplifica el problema. Así, Gaudí estudia medio tramo de la nave y, además, ese medio tramo tiene un plano de simetría vertical perpendicular al eje de la nave. Con estas dos condiciones y proyectando sobre dos planos, (véase Fig. 35), resulta sencillo tantear varias soluciones de equilibrio.

Por supuesto, para inclinar las cargas hacen falta empujes horizontales: no se pueden trasladar cargas en horizontal, (en ausencia de elementos a flexión como vigas), sin un funcionamiento en arco. Dada la verticalidad del proyecto, éstos son pequeños, pero tienen que existir. En efecto, Sugrañes supone que se producen esfuerzos horizontales en el plano de simetría de las bóvedas central y lateral, que dan las inclinaciones principales de los pilares, (algunos pilares se subdividen dentro del plano definido en el esquema general, pero el equilibrio está garantizado por la simetría que permite siempre obtener los empujes horizontales necesarios). Luego se calculan los pesos de dichos pilares y, finalmente, tras pocos tanteos, se dibuja el esqueleto de equilibrio.

Quizá el aspecto más discutible del proceso sea el suponer que las bóvedas y cubiertas no producen empujes. Las bóvedas delgadas, (en este caso, no tan delgadas: Sugrañes les da 45 cm de espesor al calcular su peso), aunque vayan armadas, requieren unas ciertas condiciones de borde para conseguir un estado de equilibrio principalmente de membrana, (con flexiones despreciables), que es el que corresponde a una cáscara o bóveda bien proyectada. Estos esfuerzos de borde, en forma de empujes principalmente, pueden estar compensados en la armadura de los forjados horizontales. En cuanto a las bóvedas de la nave, su peso es pequeño y, por consiguiente, también su empuje. Pero hay empujes y deben ser resistidos.

paper in the model before taking the photograph, to proceed afterwards as he had before, Figure 16. The hanging model functions as a "designing machine" (Collins 1971). When one finally obtained the desired form, it was measured on the model to draw the plans. As can easily be imagined the whole process is extraordinarily laborious.

The original model was destroyed. Around 1980 it was reconstructed by Rainer Graefe and Jos Tomlow. The latter wrote his doctoral thesis on the model and, finally he published a book (Tomlow 1989) where all the details of the research and reconstruction works of the model are included (it is currently being exhibited at the museum in the Sagrada Família in Barcelona).

La Sagrada Família. The model of "Blocks".

Gaudí's last work, on which he worked till his death, is the Temple de la Sagrada Família (Temple of the Sacred Family). The work for the design of the church in colonia Güell had allowed Gaudí to study deeply the design and mechanics of arches and vaults of any shape. Surprisingly, in the design of the Sagrada Família he abandoned the funicular models approach that he had taken to its final consequences in the church in colonia Güell. The aim is different. Whereas the design of the church in colonia Güell has no historical references, the Sagrada Família has its origin in a previous neo-gothic design. Gaudí created an improvement of the gothic in his design. He tried making the loads vertical, going back to the primitive basilica model (Sugrañes 1923).

Particularly, the gothic "crutches" had to be eliminated: the flying buttress and the exterior abutments. In the first design in 1898 he tried reducing the thrust to the minimum, banking the groin and seeking an almost pyramidal form, Figure 17. The horizontal thrust is reduced but still persists. To resist it without the need for abutments Gaudí had the idea of inclining the pillars, looking for the same direction of the loads. This idea seems to control the design and Gaudí had tried it and researched it exhaustively in the construction of the portico of the crypt in the church in colonia Güell.

As before, there are few documents to try to reconstruct Gaudí's design and calculation process. There are only some photographs of the model he built in his workshop, and some drawings and plans (Gaudí's workshop was destroyed during the civil war in 1936). In relation to the design of structures, fortunately, his partner Sugrañes published an article in the Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña in 1923 explaining the master lines of the design process and displaying the details of stability calculations of the type section of the Sagrada Família.

Gaudí gave up funicular models and went back to static graphic. But not the static of funicular polygons; it is a different concept. It is about calculating and balancing the weights as if in scales. Sugrañes' article refers to the last stage of the design of the system of inclined pillars that support the central nave, wall and part of the lateral naves, for a type panel of nave. In the design stage that is

La afirmación de Sugrañes sobre la ausencia de empujes debido al empleo de armaduras no es, pues, correcta. Como sucede siempre en el caso de Gaudí, no podemos saber si Sugrañes ha entendido enteramente el trabajo del maestro. Dada su enorme experiencia en el proyecto y construcción de bóvedas delgadas, es muy probable que Gaudí supiera de la existencia de su empuje pero los ignorara por su carácter secundario dentro del esquema general de equilibrio.

De hecho, la forma geométrica del proyecto demuestra que Gaudí sí consideró la existencia de empujes y la necesidad de transmitirlos lo más verticalmente posible, para mantener su esquema general. Gaudí acude a un recurso típicamente gótico: eliminar el contrafuerte a base de aumentar enormemente la carga vertical. En la Sagrada Familia, es el enorme peso del frontón y ventanales el que contienen estos empujes, verticalizándolos. Además, Gaudí, a pesar de sus críticas al gótico, dispone unos arbotantes: en efecto, en la maqueta de la cubierta (Fig. 42b) pueden apreciarse con claridad unos pequeños arbotantes que transmitirían parte del empuje de bóvedas y cubierta a los pilares de la nave lateral. Estos arbotantes se aprecian también con claridad en la sección de Bergós (Fig. 42a). Pero, ciertamente, el empuje de los elementos es secundario en la trayectoria general de equilibrio prevista y el proyecto de Gaudí es enteramente correcto desde el punto de vista estructural.

38 Gaudí y el enfoque del equilibrio

Todos los métodos de análisis y proyecto empleados por Gaudí se basan en establecer sistemas de equilibrio. Expresado de forma más técnica: Gaudí maneja sólo las ecuaciones de equilibrio de la estática. Unas veces emplea modelos, otras aplica la estática gráfica, pero únicamente maneja estas ecuaciones. Las otras dos ecuaciones estructurales que hacen afirmaciones sobre el material o sobre la geometría de la deformación, (compatibilidad), están completamente ausentes.

39 Gaudí está aplicando la idea central de la "antigua teoría de bóvedas" que se desarrolló y aplicó en los siglos XVIII y XIX, y que se basaba en buscar configuraciones de equilibrio donde la fábrica trabajara a compresión. La seguridad se obtenía "revistiendo" el esqueleto de esfuerzos, las líneas de empujes, con fábrica suficiente como para obtener suficiente seguridad frente a pequeños movimientos o variaciones pequeñas de las cargas (como hizo Gaudí en su proyecto de la iglesia de la colonia Güell).

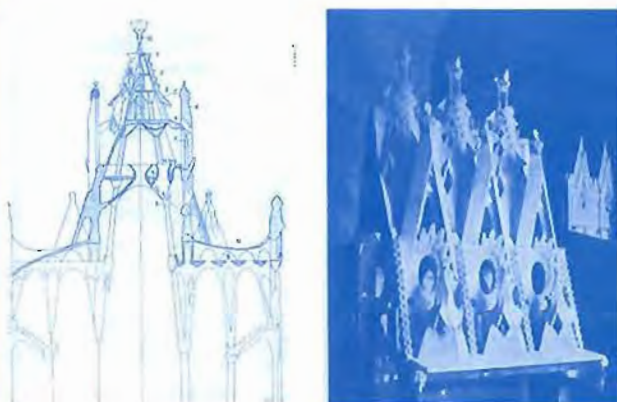
A finales del siglo XIX este enfoque de equilibrio se consideraba meramente aproximado, cuando no incorrecto. La Teoría Plástica (o Análisis Límite, o Teoría de Rotura) ha demostrado, ya en el siglo XX, la completa corrección del enfoque de equilibrio seguido por los ingenieros y arquitectos en los siglos XVII al XIX, y llevado hasta las últimas consecuencias por Gaudí (Heyman 1966, 1999a; Huerta 2001). El Teorema de la Seguridad, "la roca sobre la que se cimenta toda la teoría de estructuras" (Heyman 2001), ha liberado a los proyectistas de estructuras de la "camisa de fuerza de Navier" (Heyman 1999b). Se puede, pues, como hizo Gaudí, ir a lo esencial: trabajar directamente con las ecuaciones de equilibrio, ya sea analíticamente, gráficamente o mediante modelos físicos.

Gaudí no elaboró ninguna teoría nueva. Tampoco fue original en ninguno de sus métodos. Pero su intuición, basada en un enorme trabajo de reflexión y experimentación, le hizo extraer la consecuencia principal: se trata de un problema de equilibrio que, en el caso de las estructuras de fábrica, se resuelve a través de la forma. Las formas tradicionales, (romanas, bizantinas o góticas), están en equilibrio y contienen en su interior un esqueleto de fuerzas como el de la iglesia de la colonia Güell. Gaudí quiso que este esqueleto de equilibrio fuera visible y lo usó como un argumento de proyecto. En este sentido, se puede afirmar que Gaudí es el padre del moderno proyecto de estructuras.

FIGURA 41. FOTOGRAFÍA DEL MODELO QUE GAUDÍ CONSTRUYÓ EN SU TALLER. (PUIG BOADA 1929)



FIGURA 42. A) SECCIÓN DE LA SAGRADA FAMILIA, DE BERGÓS. B) MAQUETA DE LA CUBIERTA.



described the form of the roofs, vaults, walls and windows are already defined and it is about finding the shape of the skeleton ("tree") of pillars that must support them.

Sugrañes doesn't say anything about the process by which they got the shapes of roofs and vaults. However, the geometrical and constructive complexity of the vaults, walls, pediments, etc., is proof that a lengthy previous development of the final analysis of equilibrium presented by Sugrañes did exist, Figure 18. The method for designing the pillars is simple but very original. The central idea is the equilibrium between the different blocks that form the structure, as in scales. The structure is analysed in three main parts (central nave, wall and lateral nave) of which the total weight and the position of their centre of gravity are calculated. (Each one of these parts is formed, at the same time, by a series of elements). The process is as follows: first the weight and centre of gravity of each element is calculated (by the usual methods of static graphic, says Sugrañes) and, with this information, the weight and centre of gravity of each part is calculated.

The central problem consists in taking these weights to the bases of the columns that are prefixed; that is, a skeleton of pillars has to be designed, a "tree" that takes in the loads of the parts in their centres of gravity and transmits them to the ground. It is assumed in this calculation of equilibrium that each part transmits its load in vertical to the correspondent "branch" of the tree. The weights and positions of centres of gravity of the main part are fixed. As is also the spring of the column, as the crypt was already built. To design the "tree" that takes these weights in and transmits them to those springs, Gaudí used a graphic method. The complexity of the use of static graphic in three dimensions has already been mentioned. In the case of the naves of the Sagrada Família there are two symmetry plans and this simplifies the problem. Thus, Gaudí studied a half panel of the nave and, additionally, this half panel has a vertical symmetry plan perpendicular to the axis of the nave. With these two conditions and designing on two planes, see Figure 19, it is easy to try several solutions for equilibrium.

Of course, horizontal thrusts are needed to incline the loads; loads can't be transmitted in horizontal (in the absence of elements of flexing like beams) without functioning as an arch. Given the verticality of the design, these are small, but they have to exist. In fact, Sugrañes assumes that horizontal stresses are produced in the symmetry plan of the central and lateral vault, which give the main inclinations of the pillars. (Some pillars are subdivided within the defined plan in the general outline, but the equilibrium is guaranteed by the symmetry that always makes it possible to obtain the necessary horizontal thrusts). Later, the weights of these pillars are calculated and, finally, after a few trials, the equilibrium skeleton is drawn.

Perhaps the most debatable aspect of the process is assuming that the vaults and roofs don't produce thrusts. The thin vaults (in this case, not so thin: Sugrañes gives them 45 centimetres of thickness to calculate their weight) although they are reinforced, require certain conditions of edge to achieve a state of equilibrium mainly of membrane (with insignificant flexion), which is correspondent to a shell or vault that is well designed. These edge stresses, mainly in the form of thrusts, can be compensated in the trussing of the horizontal reinforcements. In relation to the vaults of the nave, their weight is small and, therefore, their thrust too. But there are thrusts and they must be resisted.

Sugrañes' statement about the absence of thrusts due to the use of reinforcements isn't, then, correct. As it always happens in Gaudí's case, we cannot know if Sugrañes entirely understood his master's work. Given his enormous experience in the design and construction of thin vaults, it is very probable that Gaudí knew of the existence of their thrust but he ignored them because of their secondary character within the general plan of equilibrium.

In fact, the geometrical form of the design proves that Gaudí did consider the existence of thrusts and the need to transmit them as vertically as possible, to maintain his general plan. Gaudí used a typically gothic resource: eliminating the buttresses by enormously increasing the vertical load. In the Sagrada Família it is the enormous weight of the pediment and windows which contain these thrusts, making them vertical. Besides, Gaudí, despite his criticism of the gothic, incorporated some flying buttresses: so, in the model of the roof (Fig. 21b) small buttresses that would transmit the part of the thrust of vaults and roof to the pillars of the lateral nave can be clearly appreciated. These buttresses can also be clearly appreciated in the section by Bergós (Fig. 21a). But, certainly, the thrust of elements is secondary in the predicted general trajectory of equilibrium and Gaudí's design is entirely correct from the structural point of view.

Gaudí and the equilibrium approach

All the analysis and design methods used by Gaudí are based on establishing systems of equilibrium. Expressed in a more technical way: Gaudí only manages the static equations of equilibrium. Sometimes he uses models, other times he applies static graphic, but he only uses those equations. The other two structural equations that make statements about material or about the geometry of deformation are completely absent.

Gaudí is applying the central idea of the "old theory of vaults" that was developed and applied in the eighteenth and nineteenth centuries, and which was based on looking for configurations of equilibrium where the brickwork would work by compression. Security was achieved "covering" the skeleton with stresses, lines of thrusts, with enough brickwork to obtain enough security against small movements or small variations of the loads (as did Gaudí in his design for the church in the colonia Güell).

At the end of the nineteenth century this equilibrium approach was considered merely approximate, when not incorrect. The Plasticity Theory (or Limit Analysis, or Breaking Theory) has demonstrated, in the twentieth century, the complete correction of this equilibrium approach followed by engineers and architects from the seventeenth to the nineteenth century, and taken to its final consequences by Gaudí (Heyman 1966, 1999a; Huerta 2001). The Security Theorem, "the rock on which the theory of structures is founded" (Heyman 1999b). It is possible, thus, as Gaudí did, to go to the essential: to work directly with equilibrium equations, whether it is analytically, graphically, or through physical models.

Gaudí didn't elaborate any new theory. Neither was he original in any of his methods. But his intuition, based on an enormous legacy of meditation and experimentation, made him extract the main consequence: it is a problem of equilibrium that, in the case of brickwork structures, is solved through the shape. The traditional forms (Roman, Byzantine or gothic) are in equilibrium and contain in their interior a skeleton of forces as in the church in colonia Güell. Gaudí wanted this skeleton of equilibrium to be visible and used it as an argument of design. In this sense, it can be said that Gaudí is the father of modern design of structures.